

ІНТЕРВАЛЬНИЙ ПІДХІД ДО ПОБУДОВИ МОДЕЛІ ПРИЙНЯТТЯ КРЕДИТНИХ РІШЕНЬ НА ОСНОВІ СТРАТЕГІЇ БАЙЄСА

Ольга Жуковська

*Національний технічний університет України
“Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”
Берестейський просп., 37, Київ, 03056, Україна
e-mail: zhukovskaya71@gmail.com*

We give an original approach to the construction of a credit decision-making model, which is based on the integration of personal decisions of a group of independent experts by using methods of interval analysis. The mathematical model of the proposed approach uses the Bayesian strategy to the construction of a collective decision taking into account the qualifications of experts. The interval generalization of the model enables one to make an agreed decision under the conditions of conflicting personal decisions of experts and provides the minimum average risk on a set of possible situations with a given confidence probability.

Подано оригінальний підхід до побудови моделі прийняття кредитного рішення, заснований на інтеграції особистих рішень групи незалежних експертів із використанням методів інтервального аналізу. Математична модель, на якій ґрунтується пропонований підхід, використовує стратегію Байєса для побудови колективного рішення з урахуванням кваліфікацій експертів. Інтервальне узагальнення моделі надає змогу ухвалювати узгоджене рішення за умов суперечностей особистих рішень експертів і забезпечує із заданою довірчою імовірністю мінімум середнього ризику на множині можливих ситуацій.

У період світової нестабільності проводити аналіз економічних даних доводиться у ситуації неоднозначності даних, тобто неточно заданих значень досліджуваних величин. Однак, межі таких величин можна визначити за додатковою інформацією. У такому разі розглядувану задачу відносять до класу задач за умов інтервальної невизначеності. Іншими словами, у разі виникнення невизначеності у даних при постановці задачі дослідник, не маючи інформації про точне значення необхідної величини, може визначити межі інтервалу, до якого ймовірно належить ця величина. Наприклад, при аналізі економічної ситуації, особливо якщо ситуація нестабільна, аналітик змушений оперувати інтервалом цін продукції, значення якого залежить від курсу національної валюти.

Таким чином, виникає необхідність у побудові розв'язків задачі з інтервальними даними. Такі задачі вивчає область математики, яка називається інтервальним аналізом [1]. За умов нестабільності невизначеність може виникати з самого початку і фігурувати в постановці задачі або з'являтися на будь-якому етапі моделювання процесу. Інтервальний

аналіз і його специфічні методи мають високу цінність у таких задачах, оскільки оперують інтервальною величиною як єдиним цілим.

Засновниками інтервального аналізу як наукової дисципліни правомірно вважають математиків Т. Сунагі та М. Вармуса, які незалежно та майже одночасно заклали фундамент інтервального аналізу. Подальший розвиток ідей інтервального аналізу зроблено у відомій монографії Мура, що відкриває можливість переходу від точкових до інтервальних моделей. У дослідженнях Сунагі, Каухера, Маркової, Попової та ін. запропоновано арифметичні операції над інтервальними величинами. Проте у загальному випадку ці результати потрібно застосовувати для дослідження та побудови моделі економічного процесу з урахуванням неповної структури алгебри інтервальних величин. У [2] показано удосконалення інтервальних арифметичних операцій шляхом переходу до іншої форми подання інтервалів. Також виокремлено області виконання закону дистрибутивності, що надає можливість зведення подібних членів без збільшення ширини результуючого інтервалу.

Інтервальне моделювання та аналіз інтервальних даних загалом застосовують у задачах із нестатистично заданою невизначеністю. Слід зауважити, що одним із недоліків побудови моделей за умов інтервальної невизначеності є відсутність обґрунтованих міркувань про те, як визначають межі розглядуваних інтервалів, і при вирішенні прикладних задач межі інтервалів припускають апіорі заданими. Спираючись на теорію ймовірності, можна вказати межі інтервалів аналізованих величин, а потім застосувати операції над інтервальними величинами [1]. Зауважимо, що за нестабільності умов ефективним є моделювання з урахуванням імовірнісних характеристик. Однак такі ймовірнісні характеристики можна розглядати лише як математичні абстракції, невідомі при розв'язуванні прикладної задачі. Водночас з теорії ймовірностей відомо, що для оцінки ймовірнісних характеристик, наприклад оцінки p^* ймовірності випадкової події p , можна побудувати довірчий інтервал, якому з довірчою ймовірністю β належить невідоме значення p .

Саме при побудові формального алгоритму у задачах прийняття колективного рішення групою експертів на основі байєсівських стратегій виникає потреба в інтервальному моделюванні [3, 4].

Розглянемо деталі таких моделей на прикладі задачі прийняття кредитного рішення групою незалежних експертів щодо оцінки потенційного позичальника [5 – 7].

Математична постановка задачі. Будемо вважати, що потенційного позичальника можна віднести до одного з трьох можливих класів:

- (V_1) — благонадійний, який повертає кредит у встановлений термін;
- (V_2) — умовно благонадійний, якому може знадобитися реструктуризація кредиту;
- (V_3) — неблагонадійний.

Передбачено, що зазначені класи мають апіорні ймовірності $P(V_m)$, $\sum_{m=1}^3 P(V_m) = 1$. Припустимо, що користуючись додатковою інформацією, колектив $N \geq 2$ незалежних експертів приймає особисті рішення про клас потенційного позичальника у вигляді індикаторної змінної

$$\delta_i = m \quad (1)$$

у випадку, коли i -й експерт, $i = \overline{1, N}$, ухвалив рішення на користь класу V_m , $m = \overline{1, M}$, $M = 3$.

Зрозуміло, що в загальному випадку множина

$$\Theta = \{S_{m_1, \dots, m_N} : (\delta_1 = m_1) \wedge \dots \wedge (\delta_N = m_N), m_1, \dots, m_N = \overline{1, M}\} \quad (2)$$

можливих ситуацій містить M^N комбінацій $S_{m_1 K m_N}$ особистих рішень експертів, причому лише у M випадках рішення (1) будуть однакові, а інших — суперечливі.

Необхідно побудувати модель колективного рішення, яка на підставі особистих рішень (1) забезпечить формування колективного рішення

$$D = m, \quad m = \overline{1, M},$$

з точки зору мінімуму середнього ризику на множині ситуацій (2).

Сформулюємо лему, необхідну для подальших досліджень.

Лема. Характеризуватимемо “кваліфікацію” кожного i -го експерта, $i = \overline{1, N}$, квадратною $(M \times M)$ -вимірною кваліфікаційною матрицею

$$\mathfrak{R}_i = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1M} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{M1} & p_{M2} & \dots & p_{MM} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

діагональні елементи якої характеризують імовірність правильних рішень $P(\delta_i = m \mid V_k)$ експерта у ситуаціях, коли справжній клас позичальника V_k , $k = 1, 2, 3$, i експерт прийняв рішення $m = k$. Решта елементів — імовірності помилкових рішень $P(\delta_i = m \mid V_k)$ у випадку, коли i -й експерт відніс позичальника до класу V_k , $k = 1, 2, 3$, тоді як насправді позичальник належить до класу V_m при $m \neq k$.

Нехай

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & \dots & L_{1M} \\ L_{21} & L_{22} & \dots & L_{2M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ L_{M1} & L_{M2} & \dots & L_{MM} \end{bmatrix} \quad (4)$$

— платіжна матриця, яка характеризує втрати L_{km} від колективного рішення $D = m$, $m = \overline{1, M}$, при справжньому класі позичальника V_k , $k = \overline{1, M}$.

Тоді колективне рішення $D = m$, $m = \overline{1, M}$, оптимальне з точки зору мінімуму середнього ризику на множині (2) можливих комбінацій приватних рішень окремих експертів, якщо таке рішення приймати за схемою

$$D_S^{opl} = \arg \min_{D_S \in [1, M]} \sum_{k=1}^M L_{kD_S} P(V_k) \prod_{i=1}^N P, \quad \delta_i = m \mid V_k, \quad (5)$$

де $D_S = \overline{1, M}$ — колективне рішення у спостережуваній ситуації $S \in \Theta$.

Доведення. Запишемо середній ризик (математичне очікування втрат від колективного рішення) у вигляді

$$R(D) = \sum_{S \in \Theta} \sum_{k=1}^M L_{kD_S} P(V_k, S), \quad (6)$$

де L_{kD_S} — елемент платіжної матриці (4), який відповідає рішенням $D_S = m$, $m = \overline{1, M}$, при k -му класі позичальника, $k = \overline{1, M}$, а $P(V_k, S)$ — спільна ймовірність двох випадкових подій: позичальник належить до класу V_k і спостерігається деяка комбінація $S = (\delta_1, \dots, \delta_N)$ особистих рішень експертів $\delta_1, \dots, \delta_N$ у формі (1).

За теоремою множення ймовірностей величину $P(V_k, S)$ визначаємо так:

$$P(V_k, S) = P(S)P(V_k | S).$$

При підстановці останнього виразу в (6) маємо

$$R(D) = \sum_{S \in \Theta} P(S) \sum_{k=1}^M L_{kD_S} P(V_k | S). \quad (7)$$

Як бачимо з формули (7), середній ризик $R(D)$ має вигляд суми за S . Тому для мінімізації умовного ризику в кожній конкретній ситуації $S \in \Theta$ можна будувати оптимальне колективне рішення незалежно від інших комбінацій особистих рішень експертів, а саме:

$$D_S^{opl} = \arg \min_{D_S \in [1, M]} R(D_S),$$

де

$$R(D_S) = \sum_{k=1}^M L_{kD_S} P(V_k | S). \quad (8)$$

За умовою задачі експерти ухвалюють особисті рішення незалежно один від одного. Тому для кожної комбінації $S = (\delta_1, \dots, \delta_N)$ особистих рішень за відомими ймовірностями $P(V_k)$ і $P(\delta_i = m | V_k)$ апостеріорні ймовірності обчислюємо за формулою

$$P(V_k | S) = \frac{P(V_k) \prod_{i=1}^N P(\delta_i = m | V_k)}{\sum_{k=1}^M P(V_k) \prod_{i=1}^N P(\delta_i = m | V_k)}.$$

У результаті підстановки останнього виразу в (8) отримуємо

$$R(D_S) = \sum_{k=1}^M L_{kD_S} = \frac{P(V_k) \prod_{i=1}^N P(\delta_i = m | V_k)}{\sum_{k=1}^M P(V_k) \prod_{i=1}^N P(\delta_i = m | V_k)}. \quad (9)$$

Оскільки знаменник (9) додатний, то мінімум середнього ризику (6) на всій множині (2) досягається, якщо в кожній спостережуваній ситуації $S \in \Theta$ колективне рішення приймати згідно з (5).

Лему доведено.

Інтервальне узагальнення байєсівських моделей прийняття колективних рішень. Розглянута вище модель прийняття оптимальних колективних рішень ґрунтується на відомих імовірнісних характеристиках $P(V_k)$, $k = \overline{1, M}$, і $P(\delta_i = m | V_k)$, $m = \overline{1, M}$, $i = \overline{1, N}$, які можуть бути попередньо оцінені частотами відповідних подій за вибіркою спостережень:

$$P^*(V_k) = \frac{n_k}{n}, \quad k = \overline{1, M},$$

$$P^*(\delta_i = m | V_k) = \frac{n_{mk}^{(i)}}{n_k}, \quad i = \overline{1, N}, \quad m = \overline{1, M}, \quad k = \overline{1, M},$$

де n — загальна кількість спостережень, n_k — кількість спостережень, у яких потенційний позичальник належить до класу V_k $\left(\sum_{k=1}^M n_k = n\right)$, а $n_{mk}^{(i)}$ — кількість випадків, при яких i -й експерт прийняв особисте рішення на користь класу V_m , $m = \overline{1, M}$, тоді як потенційний позичальник належав до класу V_k , $k = \overline{1, M}$.

Зрозуміло, що заміна ймовірностей $P(V_k)$ і $P(\delta_i = m | V_k)$ точковими оцінками $P^*(V_k)$ і $P^*(\delta_i = m | V_k)$ правомірна лише при $n \rightarrow \infty$. Тому цікавить узагальнення запропонованих моделей на випадки, коли замість точкових значень ймовірностей $P(V_k)$ і $P(\delta_i = m | V_k)$ використовують їхні довірчі інтервали.

З теорії ймовірності відомо, що частота P^* випадкової події, обчислена за вибіркою спостережень обсягом n , з довірчою ймовірністю β визначає довірчий інтервал $\mathbf{I} = [P^{(1)}, P^{(2)}]$ ймовірності P , межі якого визначають за формулами

$$P^{(1)} = \frac{P^* + \frac{1}{2} \frac{t_\beta^2}{n} - t_\beta \sqrt{\frac{P^*(1-P^*)}{n} + \frac{1}{4} \frac{t_\beta^2}{n^2}}}{1 + \frac{t_\beta^2}{n}}, \quad (10)$$

$$P^{(2)} = \frac{P^* + \frac{1}{2} \frac{t_\beta^2}{n} + t_\beta \sqrt{\frac{P^*(1-P^*)}{n} + \frac{1}{4} \frac{t_\beta^2}{n^2}}}{1 + \frac{t_\beta^2}{n}}, \quad (11)$$

де $t_\beta = \arg \Phi^*\left(\frac{1+\beta}{2}\right) > 0$, а $\Phi^*(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{\tau^2}{2}} d\tau$.

Основна ідея інтервального узагальнення моделей полягає в наступному.

Нехай для двох точкових значень $R_a \in [R_a^{(1)}, R_a^{(2)}]$ і $R_b \in [R_b^{(1)}, R_b^{(2)}]$ необхідно перевірити, чи виконується умова

$$R_b < R_a. \quad (12)$$

Очевидно, що при $[R_a^{(1)}, R_a^{(2)}] \cap [R_b^{(1)}, R_b^{(2)}] = \emptyset$ для такої перевірки достатньо переконатися, що

$$R_b^{(2)} < R_a^{(1)}, \quad (13)$$

тобто значення нижньої межі одного інтервалу більше значення верхньої межі іншого (рис. 1).

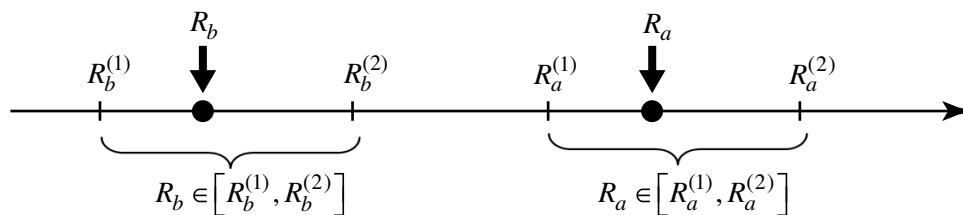


Рис. 1. Перевірка виконання умови (13) для інтервальних величин.

Якщо ж $[R_a^{(1)}, R_a^{(2)}] \cap [R_b^{(1)}, R_b^{(2)}] \neq \emptyset$, тобто інтервали можливих значень R_a і R_b перетинаються, то перевірка умови (13) не гарантує виконання нерівності (12) для всіх можливих значень R_a і R_b .

Означення. Колективне рішення $\tilde{D} = m$, $m = \overline{1, M}$, називатимемо субоптимальним із точки зору критерію $\mathfrak{J}$, якщо $\tilde{D}$ забезпечує $\mathfrak{J}$ із заданою довірчою ймовірністю.

Відповідно до (5) мінімум середнього ризику (6) буде досягнутий, якщо на основі особистих рішень експертів у кожній спостережуваній ситуації $S \in \Theta$ приймати колективне рішення $\tilde{D} = m$, $m = \overline{1, M}$, при виконанні нерівностей

$$R_m < R_l \quad \forall l = \overline{1, M}, \quad l \neq m, \quad (14)$$

де

$$R_m = \sum_{k=1}^M L_{km} P(V_k) \prod_{i=1}^N P(\delta_i = m \mid V_k), \quad (15)$$

$$R_l = \sum_{k=1}^M L_{kl} P(V_k) \prod_{i=1}^N P(\delta_i = l \mid V_k). \quad (16)$$

Перейдемо від точкових значень величин R_m , R_l до відповідних інтервальних аналогів $\mathbf{R}_m = [R_m^{(1)}, R_m^{(2)}]$ і $\mathbf{R}_l = [R_l^{(1)}, R_l^{(2)}]$. Тоді згідно з (12), (13) для перевірки умови (14) достатньо переконатися у тому, що

$$R_m^{(2)} < R_l^{(1)}. \quad (17)$$

З (15), (16) випливає, що інтервали $\mathbf{R}_m = [R_m^{(1)}, R_m^{(2)}]$ і $\mathbf{R}_l = [R_l^{(1)}, R_l^{(2)}]$ можна визначити таким чином:

$$\mathbf{R}_m = \sum_{k=1}^M [L_{km}^{(1)}, L_{km}^{(2)}] [P_{V_k}^{(1)}, P_{V_k}^{(2)}] \prod_{i=1}^N [P_{km}^{(1)}, P_{km}^{(2)}], \quad (18)$$

$$\mathbf{R}_l = \sum_{k=1}^M [L_{kl}^{(1)}, L_{kl}^{(2)}] [P_{V_k}^{(1)}, P_{V_k}^{(2)}] \prod_{i=1}^N [P_{kl}^{(1)}, P_{kl}^{(2)}], \quad (19)$$

де $[P_{V_k}^{(1)}, P_{V_k}^{(2)}]$ — довірчі інтервали ймовірностей $P(V_k)$ належності позичальника до класу V_k , $[P_{km}^{(1)}, P_{km}^{(2)}]$ і $[P_{kl}^{(1)}, P_{kl}^{(2)}]$ — довірчі інтервали ймовірностей $P(\delta_i = m \mid V_k)$ і $P(\delta_i = l \mid V_k)$, $i = 1, \dots, N$, що фігурують у відповідних елементах кваліфікаційної матриці (3), а $[L_{km}^{(1)}, L_{km}^{(2)}]$ і $[L_{kl}^{(1)}, L_{kl}^{(2)}]$ — інтервали, до яких належать відповідні елементи

платіжної матриці (4). Оскільки при вирішенні прикладних задач точні значення втрат L_{km} найчастіше не відомі, доцільно характеризувати такі втрати інтервальною платіжною матрицею, елементи якої задані у вигляді інтервальних величин $L_{km} = [L_{km}^{(1)}, L_{km}^{(2)}]$.

Відповідно до (18), (19) перевірка умови (14) вимагає виконання інтервальних арифметичних операцій [1], застосування яких дозволяє сформулювати таку теорему.

Теорема. Колективне рішення $\tilde{D} = m$, $m = \overline{1, M}$, є субоптимальним із точки зору мінімуму середнього ризику на множині (2) можливих ситуацій S , якщо це рішення приймати при виконанні умов (17), де

$$R_m^{(2)} = \sum_{\substack{k=l \\ k \neq m}}^M L_{kl}^{(2)} \prod_{i=1}^N P_{V_k}^{(2)} P^{(2)}(\delta_i | V_k) + \begin{cases} L_{mm}^{(2)} \prod_{i=1}^N P_{V_k}^{(2)} P^{(2)}(\delta_i | V_k), & \text{якщо } 0 < L_{mm}^{(1)} < L_{mm}^{(2)} \text{ або } L_{mm}^{(1)} < 0 < L_{mm}^{(2)}, \\ L_{mm}^{(2)} P_{V_k}^{(1)} \prod_{i=1}^N P^{(1)}(\delta_i | V_k), & \text{якщо } L_{mm}^{(1)} < L_{mm}^{(2)} \leq 0, \end{cases}$$

a

$$R_l^{(1)} = \sum_{\substack{k=l \\ k \neq m}}^M L_{kl}^{(1)} \prod_{i=1}^N P_{V_k}^{(1)} P^{(1)}(\delta_i | V_k) + \begin{cases} L_{ll}^{(1)} \prod_{i=1}^N P_{V_k}^{(11)} P^{(1)}(\delta_i | V_k), & \text{якщо } 0 < L_{ll}^{(1)} < L_{ll}^{(2)}, \\ L_{ll}^{(1)} P_{V_k}^{(2)} \prod_{i=1}^N P^{(2)}(\delta_i | V_k), & \text{якщо } L_{ll}^{(1)} < L_{ll}^{(2)} \leq 0 \text{ або } L_{ll}^{(1)} < 0 < L_{ll}^{(2)}. \end{cases}$$

Зауважимо, що довірчі інтервали ймовірностей, що фігурують у запропонованих моделях субоптимальних колективних рішень, звужуються зі зростанням числа спостережень n . Це дозволяє довести [3], що для будь-кого β завжди знайдеться така кінцева кількість спостережень n_0 , що при оцінці частот $P^*(V_k)$ і $P^*(\delta_i = m | V_k)$ за вибіркою обсягом $n \geq n_0$ запропоновані інтервальні моделі дозволяють приймати однозначні колективні рішення за умов протиріч особистих рішень експертів.

Приклад. Рішення про видачу кредиту ухвалюється п'ятьма незалежними експертами. Першим експертом є традиційна скоринг-система. Будемо вважати, що скоринг-система дозволяє на підставі анкетування клієнта визначити чи є він благонадійним (клас V_1), умовно благонадійним (клас V_2) або неблагонадійним (клас V_3). Інші чотири експерти незалежно один від одного приймають такі ж рішення.

На підставі аналізу 900 кредитних історій визначено, що у 66% випадків клієнти повертали кредит у строк, у 24% — проводили реструктуризацію кредиту з метою зменшення помісячного фінансового навантаження на клієнта та у 10% — клієнти були неблагонадійними, тобто $P^*(V_1) = 0,66$, $P^*(V_2) = 0,24$, $P^*(V_3) = 0,1$. На підставі ретроспективного аналізу кредитних історій визначено оцінку умовних ймовірностей $P^*(\delta_i = m | V_k)$, $i = 1, \dots, 5$, $k = 1, 2, 3$ (див. табл. 1).

Для конкретного клієнта скоринг-система ухвалила рішення $\delta_1 = 3$, а решта експертів незалежно один від одного прийняли такі рішення: $\delta_2 = 2$, $\delta_3 = 1$, $\delta_4 = 1$, $\delta_5 = 2$.

Таблиця 1

Експерт	Особисті рішення експерта	Оцінки умовних ймовірностей рішень		
		$P^*(\delta_i V_1)$	$P^*(\delta_i V_2)$	$P^*(\delta_i V_3)$
1	$\delta_1 = 1$	0,93	0,05	0,077
	$\delta_1 = 2$	0,03	0,9	0,013
	$\delta_1 = 3$	0,04	0,05	0,91
2	$\delta_2 = 1$	0,91	0,1	0,08
	$\delta_2 = 2$	0,03	0,89	0,09
	$\delta_2 = 3$	0,06	0,01	0,83
3	$\delta_3 = 1$	0,9	0,01	0,05
	$\delta_3 = 2$	0,018	0,96	0,03
	$\delta_3 = 3$	0,082	0,03	0,92
4	$\delta_4 = 1$	0,86	0,095	0,087
	$\delta_4 = 2$	0,08	0,9	0,023
	$\delta_4 = 3$	0,06	0,005	0,89
5	$\delta_5 = 1$	0,91	0,06	0,03
	$\delta_5 = 2$	0,003	0,92	0,03
	$\delta_5 = 3$	0,087	0,02	0,94

Для формування платіжної матриці (4) будемо брати до уваги такі умови одного з банків України:

1. Якщо буде прийнято рішення класифікувати клієнта як благонадійного $D = 1$ (на користь класу V_1), надати йому кредит із відсотковою ставкою 12% і насправді клієнт виявиться благонадійним (правильне рішення), то 12% є заробітком банку. Якщо клієнт звернеться за реструктуризацією кредиту, то банк отримує від 12% до 43% від суми кредиту. Слід зауважити, що згідно з умовою банку при реструктуризації кредиту помісячне фінансове навантаження на клієнта зменшується, проте загальна сума, яку клієнт зобов'язаний повернути з урахуванням відсотків, збільшується. Також можливе збільшення процентної ставки, якщо клієнт має прострочений платіж за кредитом.

2. Якщо буде прийнято рішення видати кредит клієнту на умовах V_2 і клієнт вчасно платитиме за кредитом, то банк програє тільки в тому випадку, коли клієнт виявиться неблагонадійним (V_3). Таким чином, платіжну матрицю запишемо у вигляді

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} -12\% & [-43\%, -12\%] & 12\% \\ [-43\%, -12\%] & -43\% & 43\% \\ 112\% & 143\% & 0\% \end{bmatrix}.$$

На підставі оцінок умовних ймовірностей (табл. 1), обчислених за вибіркою спостережень обсягом $n = 900$, з довірчою ймовірністю $\beta = 0,99$ обчислимо довірчі інтервали $\mathbf{I} = [P^{(1)}, P^{(2)}]$ ймовірностей $P(V_k)$, $P(\delta_i = m | V_k)$, $i = 1, \dots, 5$, $k = 1, 2, 3$, за формулами (10), (11).

Відповідно до (18), (19) обчислимо значення середнього ризику прийнятих колективних рішень:

$$\mathbf{R}_{V_1} = [-2,1985; -2,1977] \cdot 10^{-3}, \quad \mathbf{R}_{V_2} = [-8,1451; -2,1986] \cdot 10^{-3}, \quad \mathbf{R}_{V_3} = [1,6; 11,7] \cdot 10^{-3}.$$

Звідси згідно з теоремою мінімум середнього ризику буде досягнуто, якщо колективне рішення прийняти на користь класу V_2 .

Висновок. Запропонований підхід до побудови моделей з інтервальною невизначеністю даних дозволив побудувати конструктивні моделі формування колективного рішення про видачу кредиту позичальнику. Таке колективне рішення ґрунтується на інтеграції особистих рішень групи незалежних експертів, кожен із яких відносить клієнта до одного з трьох класів: благонадійний, умовно благонадійний і неблагонадійний. Оскільки такі рішення можуть бути суперечливими, то для прийняття узгодженого рішення використовують байєсівську стратегію. Розглянуті моделі є конструктивними, тому що замість точкових оцінок імовірнісних характеристик використовують їхні інтервальні аналоги, які ґрунтуються на інтеграції методів математичної статистики та інтервального аналізу.

Автор заявляє про відсутність конфлікту інтересів і спеціального фінансування цієї роботи. Усі необхідні дані містяться в статті.

Література

1. О. А. Жуковська, *Основи інтервального аналізу*, навч. посіб., Освіта України, Київ (2009).
2. О. А. Жуковська, *Дослідження закону дистрибутивності в розширеному інтервальному просторі*, Наук. вісті НТУУ "КПІ", № 4, 53–59 (2014).
3. О. А. Жуковська, Л. С. Файнзільберг, *Математичні моделі колективних рішень*, Освіта України, Київ (2018); <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/23456>.
4. O. A. Zhukovskaya, L. S. Fainzilberg, *Bayesian strategy for group decision making and its interval generalization*, J. Autom. Inform. Sci., **51**, Issue 1, 1–14 (2019); <https://doi.org/10.1615/JAutomatInfScien.v51.i1.10>.
5. O. A. Zhukovskaya, *Decision-making model on potential Borrower lending for independent experts group*, IEEE 3rd International Conference on System Analysis and Intelligent Computing (SAIC) (2022), pp. 310–315; <https://doi.org/10.1109/saic57818.2022>.
6. X. Chao, G. Kou, Y. Peng, E. H. Viedma, *Large-scale group decision-making with non-cooperative behaviors and heterogeneous preferences: an application in financial inclusion*, European J. Oper. Res., **288**, № 1, 271–293 (2021); <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.05.047>.
7. P. K. Roy, K. Shaw, *A credit scoring model for SMEs using AHP and TOPSIS*, Int. J. Finance Econ. (2021); <https://doi.org/10.1002/ijfe.2425>.

Одержано 14.07.23,
після доопрацювання — 16.03.24